| Manti | Devoir 3 | 1ère BAC SM |
|---|---|---|

## Exercice 1

Soit $f$ la fonction définie par $f(x)=\dfrac{x^3}{x^2-x+1}$

1) déterminer $D_f$ puis calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) étudier les branches infinies de la courbe $(C)$

3) a) montrer que $(\forall x\in D_f)$ $f'(x)=\dfrac{x^2(x^2-2x+3)}{(x^2-x+1)^2}$

b) montrer que $f$ est strictement croissante puis dresser le tableau de variations de $f$

4) a) vérifier que $(\forall x\in D_f)$ $f(x)=x+1-\dfrac{1}{x^2-x+1}$

b) étudier la position de $(C)$ par rapport à la droite $(\Delta)$ $y=x+1$

5) a) montrer que $(\forall x\in D_f)$ $f''(x)=\dfrac{-6x(x-1)}{(x^2-x+1)^3}$

b) étudier la concavité de la courbe $(C)$ en précisant les coordonnées des points d'inflexions

6) tracer la courbe $(C)$ dans un repère $(O,\vec{i},\vec{j})$

7) on considère la fonction $g$ telle que $g(x)=\dfrac{x^3}{x^2-|x|+1}$

a) étudier la parité de la fonction $g$

b) tracer dans un repère $(O',\vec{u},\vec{v})$ la courbe de la fonction $g$ ( justifier votre réponse )

c) déduire de la courbe les équations des droites asymptotes

## Exercice 2

On pose $A(x)=\sqrt{3}\left(4\cos^4 x+\sin^2 2x\right)-2\sin 2x$

1) montrer que $4\cos^4 x=4\cos^2 x-\sin^2 2x$

2) en déduire que $A(x)=4\cos x\left(\sqrt{3}\cos x-\sin x\right)$

3) résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $A(x)=0$

4) montrer que $\left(\forall x\in\left]-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right[\right)$ $A(x)=4\cos^2 x\left(\sqrt{3}-\tan x\right)$

5) résoudre dans $\left]-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right[$ l'inéquation $4\cos^4 x+\sin^2 2x\geq\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\sin 2x$